ANÁLISE DE UM MODELO PARA A CALIBRAÇÃO DINÂMICA DE TRANSDUTORES DE PRESSÃO

Fernando Jorge Rodrigues Neves - fernando@enm.unb.br **Cristiano Viana Serra Villa** - cvsv@uol.com.br **João Nildo de Souza Vianna** - vianna@enm.unb.br Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica Campus Universitário Darcy Ribeiro, 70910-900 - Brasília, D.F., Brasil

Resumo. Na calibração dinâmica de transdutores de pressão, atualmente tem-se feito uso de um modelo razoavelmente simples para o transdutor. A simplificação pode levar a resultados comprometidos. Neste trabalho propõe-se a adoção de um modelo denominado de modelo 1 entrada / 2 saídas. Este modelo é bastante adequado para as três situações possíveis de serem encontradas na calibração: a calibração comparativa conhecendo-se ou não a Função de Resposta em Freqüência do transdutor de referência e a calibração absoluta. As variáveis do modelo 1 entrada / 2 saídas têm seu significado físico explanado, considerando-se como dispositivo gerador de pressão dinâmica um tubo de choque. A análise do modelo proposto mostrou que a simplificação adotada atualmente só se mostra razoável se a Função de Resposta em Freqüência do transdutor de referência for unitária na faixa de freqüências considerada, e que também os resultados fornecidos na calibração comparativa dependem da validade da hipótese de independência entre o ruído e as respostas dos transdutores.

Palavras chave: Função de Resposta em Freqüência, calibração dinâmica, tubo de choque

1. INTRODUÇÃO

A medição dinâmica de pressão está presente em diversos campos da Engenharia, como pesquisas em aerodinâmica, biomecânica, motores de combustão interna e outros. Para que sejam garantidos resultados confiáveis, o transdutor de pressão deve estar calibrado dinamicamente.

Existem diversos dispositivos geradores de pressão para calibração de transdutores de pressão e, dentre eles, destaca-se o tubo de choque para calibrações em alta freqüência, isto é, freqüências a partir de aproximadamente 200 Hz, e o dispositivo de abertura rápida para calibrações em baixa freqüência, no caso de freqüências abaixo de aproximadamente 200 Hz. Quando nestes dispositivos a calibração é feita comparando-se a resposta de um transdutor sob calibração com a resposta de um transdutor de referência, diz-se que esta é uma calibração comparativa. Se não for utilizado um transdutor de referência, a calibração é dita absoluta (Damion, 1993/1994).

Normalmente ao se utilizar estes dispositivos na calibração dinâmica, o modelo dinâmico do transdutor é baseado num sistema linear como o mostrado na Fig. 1. A Função de Resposta em Freqüência - FRF - do transdutor é estimada a partir de uma razão entre o sinal de resposta e o sinal de excitação, ambos no domínio da freqüência.

O sinal de excitação neste modelo é um degrau de pressão ideal, no caso de uma calibração absoluta, ou a resposta de um transdutor de referência no caso de uma calibração comparativa.

O modelo apresentado na Fig. 1 é utilizado em analisadores de sinais, para calibrações comparativas, e no consagrado *software* EDYCAP (Vianna, 1998), desenvolvido na ENSAM (*École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers* - Paris). Este *software* tem como objetivo estimar a FRF de um transdutor de pressão submetido a uma calibração absoluta.



Figura 1 - Modelo para a calibração dinâmica de transdutores de pressão

No entanto, o modelo da Fig. 1 pode ser visto como um caso especial de um modelo denominado de modelo 1 entrada / 2 saídas. Sob este ponto de vista, a adoção direta do modelo da Fig. 1 não leva em consideração um conceito importante que é influência da FRF do transdutor de referência na FRF do transdutor sobre calibração. Assim sendo, o objetivo deste trabalho é apresentar o modelo 1 entrada / 2 saídas, mostrando o significado físico de suas variáveis considerando como gerador de pressão dinâmica o tubo de choque e expondo as situações onde o modelo pode ser aplicado. Com isso, espera-se contribuir para o desenvolvimento deste campo ainda novo da Engenharia, que é a metrologia dinâmica.

2. APRESENTAÇÃO DO MODELO PARA CALIBRAÇÃO DINÂMICA

A calibração dinâmica busca estimar a Função de Resposta em Freqüência de um transdutor em conjunto com a cadeia de medição a partir dos sinais de excitação e de resposta do mesmo. Assume-se que o transdutor pode ser modelado por um sistema linear discreto invariante no tempo, isto é, um sistema discreto com comportamento descrito por uma equação de diferenças com coeficientes constantes, e que os sinais de excitação e de resposta são componentes de processos estocásticos estacionários discretos.

O modelo 1 entrada / 2 saídas, baseado em Stearns & David (1996), é esquematizado na Fig. 2. Nessa figura, tem-se um sinal de excitação s[n] gerado pelo mensurando, um transdutor de referência com FRF H_1 e sinal de resposta x[n], um transdutor sob calibração com FRF H_2 e sinal de resposta y[n] e duas componentes de ruído $n_1[n]$ e $n_2[n]$. A princípio, são conhecidos x[n] e y[n]. No domínio da freqüência, tem-se que o sinal de excitação é dado por S[f], os sinais de resposta do transdutor de referência e do transdutor sob calibração são dados respectivamente por X[f] e Y[f] e os sinais de ruído são dados por $N_1[f]$ e $N_2[f]$.

Para o transdutor de referência pode-se escrever:

$$X[f] = H_1[f](N_1[f] + S[f])$$
(1)

Da mesma maneira, para o transdutor 2 escreve-se:



Figura 2 - Modelo 1 entrada / 2 saídas

$$Y[f] = H_2[f](N_2[f] + S[f])$$
(2)

Isolando S[f] da Eq. (1) e substituindo na Eq. (2), chega-se a:

$$Y[f] = \frac{H_2[f]}{H_1[f]} \{ X[f] + H_1[f](N_2[f] - N_1[f]) \}$$
(3)

Sejam as seguintes seqüências:

$$H[f] = \frac{H_2[f]}{H_1[f]}$$
(4)

$$N[f] = H_1[f](N_2[f] - N_1[f])$$
(5)

Com isso, a Eq. (3) pode ser escrita como:

$$Y[f] = H[f](X[f] + N[f])$$
(6)

A Eq. (6) sugere que o modelo 1 entrada / 2 saídas (Fig. 2) pode ser transformado no modelo reduzido 1 entrada / 1 saída mostrado na Fig. 3. Este modelo considera um transdutor equivalente H, excitado pelo sinal de resposta do transdutor de referência x[n] e pelo ruído n[n], produzindo o sinal de resposta do transdutor sob calibração y[n]. Neste modelo, todo ruído presente no sinal de resposta é processado pelo transdutor.

Como mostra a Eq. (5), o ruído N[f] é a resposta do transdutor de referência quando excitado pela diferença $N_2[f] - N_1[f]$. Assumindo que o ruído n[n] é independente de x[n] e



Figura 3 - Modelo reduzido 1 entrada / 1 saída

de y[n], isto é, os espectros de potência cruzados $\Phi_{xn}[f]$ e $\Phi_{yn}[f]$ são nulos, a Seqüência de Resposta em Freqüência - SRF - é obtida a partir da equação:

$$H[f] = \frac{\Phi_{xy}[f]}{\Phi_{xx}[f]}$$
(7)

Caso a hipótese de independência entre os sinais de resposta e os sinais de ruído não se verifique, deve-se assumir uma distribuição para os sinais de ruído e proceder novo desenvolvimento para a Eq. (7). Bendat & Piersol (1986) mostram como tal desenvolvimento pode ser feito.

A Seqüência de Resposta em Freqüência pode ser vista como a versão discreta da FRF. Para o modelo apresentado, pode ser definida a Seqüência de Coerência:

$$\gamma_{xy}^2[f] = \frac{\left|\Phi_{xy}[f]\right|^2}{\Phi_{xx}[f]\Phi_{yy}[f]} \tag{8}$$

Newland (1997) diz que a estimativa da Seqüência de Coerência pela equação acima só dará resultados confiáveis se as estimativas dos espectros de potência forem feitas por métodos onde há particionamento e suavização, como no método de Welch.

O espectro de potência do ruído n[n] é calculado por meio de:

$$\Phi_{nn}[f] = \Phi_{xx}[f] \left(\frac{1 - \gamma_{xy}^2[f]}{\gamma_{xy}^2[f]} \right)$$
(9)

A razão entre os espectros $\Phi_{xx}[f]$ e $\Phi_{nn}[f]$ é chamada de razão sinal / ruído. A partir da equação anterior, tem-se:

$$SNR[f] = \frac{\Phi_{xx}[f]}{\Phi_{nn}[f]} = \frac{\gamma_{xy}^2[f]}{1 - \gamma_{xy}^2[f]}$$
(10)

O modelo 1 entrada / 2 saídas se adequa a três situações de calibração. Na primeira situação, a SRF do transdutor de referência é conhecida e a SRF do transdutor de calibração pode ser calculada com exatidão segundo as equações do modelo. Na segunda situação, a SRF do transdutor de referência não está disponível e a SRF do transdutor sob calibração depende de uma hipótese que será vista na seção 2.2. Estas duas situações são adequadas para a calibração comparativa. Finalmente, a terceira situação contempla a calibração absoluta, isto é, só se dispõe do sinal de resposta do transdutor sob calibração.

2.1. A SRF do transdutor de referência é conhecida

No caso de uma calibração comparativa onde a Seqüência de Resposta em Freqüência do transdutor de referência está disponível, a SRF do transdutor sob calibração é determinada a partir da Eq. (4) após a determinação de H[f] pela Eq. (7). Assim,

$$H_2[f] = H_1[f]H[f]$$
(11)

Em forma exponencial, a Eq. (11) fica:

$$R_{2}[f]e^{j\phi_{2}[f]} = R_{1}[f]e^{j\phi_{1}[f]}R[f]e^{j\phi[f]}$$

$$= (R_{1}[f]R[f])e^{j(\phi_{1}[f]+\phi[f])}$$
(12)

Ou seja, a Seqüência de Resposta em Freqüência do transdutor sob calibração tem sua magnitude $R_2[f]$ fornecida pelo produto das magnitudes do transdutor equivalente R[f] e do transdutor de referência $R_1[f]$, e a fase $\phi_2[f]$ é igual à soma das fases do transdutor equivalente $\phi[f]$ e do transdutor de referência $\phi_1[f]$.

2.2. A SRF do transdutor de referência é desconhecida

Numa calibração comparativa onde a Seqüência de Resposta em Freqüência $H_1[f]$ é desconhecida, a calibração dinâmica é feita partindo-se do modelo reduzido 1 entrada / 1 saída esquematizado na Fig. 3. O resultado obtido será a estimativa da SRF do transdutor equivalente. A questão que se coloca é saber se esta seqüência pode representar com fidelidade a SRF do transdutor sob calibração.

Se se aceita a hipótese de que a SRF do transdutor de referência possui magnitude unitária e fase nula dentro da faixa de freqüências considerada, isto é, H[f] = 1 em unidades de $\frac{mV}{bar}$, por exemplo, pode-se ver pela Eq. (12) que a Seqüência de Resposta em Freqüência do transdutor sob calibração é igual à Seqüência de Resposta em Freqüência do transdutor equivalente.

Esta hipótese é razoável no caso em que a razão entre a freqüência natural do transdutor de referência e a freqüência natural do transdutor sob calibração é muito alta. A Fig. 4 ilustra este caso, comparando a SRF do transdutor sob calibração e a SRF do transdutor de referência, considerando que os transdutores podem ser representados por sistemas lineares de segunda ordem.

2.3. Calibração Absoluta

A terceira situação contemplada pelo modelo 1 entrada / 2 saídas diz respeito à calibração absoluta. Utiliza-se apenas o transdutor a ser calibrado, e considera-se como referência um degrau de pressão teórico baseado na função degrau de Heaviside. O uso de um degrau de pressão teórico como referência é eventualmente justificado devido à complexidade do escoamento no interior do tubo de choque, que torna extremamente



Figura 4 - Comparação entre a SRF do transdutor sob calibração e a SRF do transdutor de referência

complicado o desenvolvimento de modelos matemáticos que possam descrever qual a forma do sinal de resposta de um transdutor de pressão frente a uma onda de choque.

Por outro lado, não há como encontrar padrões absolutos experimentais para o sinal de calibração dinâmica. O uso de um transdutor de referência para medir o sinal de pressão padrão é uma questão controversa, já que por questões de rastreabilidade seria necessário esperar que o transdutor de referência tenha sido calibrado contra uma outra referência com níveis de incerteza mais baixos. E, novamente pela natureza dos fenômenos no interior do tubo de choque (Vianna *et al.*, 2000), esta referência ainda não existe. Por isso, assume-se que o sinal de referência é bem descrito por um degrau de Heaviside multiplicado por uma janela retangular de duração adequada. Com isso, na calibração comparativa espera-se que o transdutor de referência tenha passado por uma calibração absoluta.

Em princípio, a abordagem para este caso é a mesma apresentada anteriormente na seção 2.2. Contudo, por questões de convergência da Transformada de Fourier, as equações do modelo reduzido 1 entrada / 1 saída não são mais válidas. Assim, surge a necessidade do uso de métodos aproximados para a determinação da FRF. Villa (2000) apresenta um estudo aprofundado destes métodos aproximados, comparando seus desempenhos e apontando os mais recomendáveis.

3. SIGNIFICADO FÍSICO DAS VARIÁVEIS DO MODELO PROPOSTO

Ao se utilizar um tubo de choque para a geração de um sinal de calibração, pode-se utilizar uma montagem experimental como a exemplificada pela Fig. 5. O tubo de choque consiste em um tubo de seção transversal constante, constituído de uma câmara de alta pressão e de outra de baixa pressão separadas por um diafragma. Nesta câmara, são instalados dois transdutores de pressão, um de referência e um sob calibração. Os transdutores piezoelétricos estão ligados aos amplificadores de carga correspondentes, que por sua vez são conectados a um dispositivo de aquisição de dados, como um microcomputador equipado com uma placa de aquisição de sinais e o *software* adequado.

Assim que o diafragma é rompido, ocorre a formação da onda de choque *S* na câmara de baixa pressão e do leque de expansão *E* na câmara de alta pressão. O gás da câmara de alta pressão flui para a câmara de baixa pressão, e este fluxo é representado pela superfície de contato *K*. A dinâmica dos gases no interior do tubo de choque é representada no diagrama t-x (Fig. 6), baseado em um escoamento unidimensional idealizado (Carvalho, 1995).

Quando a onda de choque atinge o fundo da câmara de baixa pressão, ela se reflete e passa a se deslocar em direção à câmara de alta pressão. Esta primeira reflexão é representada pelo ponto (a) na Fig. 6. Ao se encontrar com a superfície de contato, a onda de choque sofre nova reflexão, representada pelo ponto (c), e inverte seu sentido de deslocamento. A onda de



Figura 5 - Exemplo de montagem experimental para a calibração dinâmica de transdutores de pressão



Figura 6 - Diagrama t-x do tubo de choque

choque encontra novamente o fundo da câmara de baixa pressão, o que é indicado pelo ponto (b).

A região delimitada pelos pontos (a), (b) e (c) (região 5 na Fig. 6) apresenta uma característica que é muito importante para a calibração dinâmica: a pressão e a temperatura experimentam uma variação descontínua de P_1 e T_1 para P_5 e T_5 e permanecem constantes durante um intervalo de tempo bem definido, chamado de tempo de teste. A variação da pressão no fundo da câmara de baixa pressão com o tempo em uma situação idealizada é mostrada na Fig. 7. O tempo de teste define teoricamente qual é a freqüência mínima do degrau de pressão gerado no fundo do tubo. Nas medições experimentais para a estimativa da FRF, a freqüência mínima é obtida em função da duração dos sinais adquiridos, enquanto que a freqüência máxima é obtida em função da freqüência de amostragem.

As variáveis do modelo 1 entrada / 2 saídas podem agora ser associadas à dinâmica do tubo de choque. Os sinais x[n] e y[n] são a resposta do transdutor de referência e do transdutor sob calibração, respectivamente, e estão diretamente ligados ao sinal de excitação s[n] e aos sinais de ruído $n_1[n]$ e $n_2[n]$. Assim sendo, estes sinais serão vistos com maiores detalhes a seguir.

3.1. O sinal de excitação *s*[*n*]

O sinal s[n] representa o comportamento da pressão em função do tempo, isto é, é o mensurando. Se as hipóteses utilizadas para o desenvolvimento do modelo unidimensional do escoamento no tubo de choque fossem razoáveis, seria possível encontrar uma descrição adequada para o sinal de excitação.

A qualidade do degrau de pressão é um fator determinante para a obtenção de bons resultados na calibração dinâmica de transdutores de pressão. Espera-se que o degrau de



Figura 7 - Descrição idealizada do comportamento da pressão no fundo da câmara de baixa pressão em função do tempo

pressão gerado no tubo de choque não apresente ruídos de forma tal que qualquer ruído observado seja resultante apenas das características do transdutor ou da cadeia de medição.

Contudo, o escoamento no tubo de choque se apresenta de uma maneira mais complexa que prevista pelo modelo unidimensional, o que vem a provocar flutuações no sinal obtido de difícil explicação. Estas flutuações podem ser creditadas à maneira com que o diafragma do tubo é rompido e também a efeitos viscosos no escoamento. Villa (2000) explora com mais profundidade estes fatores.

3.2. Os sinais de ruído $n_1[n]$ e $n_2[n]$

Como foi apresentado no modelo 1 entrada / 2 saídas representado na Fig. 2, os sinais de ruído são processados pelos transdutores e as suas respostas são adicionadas às respostas devidas à excitação s[n]. As fontes destes ruídos são principalmente a vibração mecânica e o choque térmico.

Assim como ocorre com a pressão, a temperatura também sofre uma variação descontínua por efeito da reflexão da onda de choque. Ou seja, os efeitos de pressão e de temperatura estão associados na resposta do transdutor de pressão. Levando em conta esta associação entre a pressão e a temperatura, a norma ISA-S37.10-1982 (R1995) (1995), que trata de testes dinâmicos para transdutores de pressão, sugere dois ensaios para a estimativa do erro máximo induzido pelo choque térmico.

Outro efeito observado durante a geração de ondas de choque é a vibração mecânica do tubo. O transdutor piezoelétrico de pressão também é sensível à aceleração devido a seus detalhes construtivos. A susceptibilidade do transdutor à aceleração pode se tornar uma fonte de erros considerável, caso o local onde o transdutor esteja instalado venha a sofrer altos níveis de vibração. A norma ISA-S37.10-1982 (R1995) (1995) estabelece que sejam feitos ensaios no transdutor piezoelétrico de pressão para que os erros devido à vibrações sejam estimados. O ensaio proposto consiste em vibrar o transdutor ao longo de três eixos mutuamente perpendiculares, dois dos quais sobre o plano de montagem.

Os ensaios acima citados podem confirmar ou não a hipótese de independência entre os sinais de ruído e de resposta dos transdutores de pressão, feita no desenvolvimento do modelo 1 entrada / 2 saídas.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O modelo 1 entrada / 2 saídas é implementado no software RFreq, cuja finalidade principal é estimar a FRF de um transdutor de pressão tanto em calibrações absolutas como em calibrações comparativas (Villa, 2000). Por meio de uma comparação com o EDYCAP, pode-se verificar a qualidade dos resultados fornecidos pelo RFreq.

A Fig. 8 mostra a comparação entre os resultados fornecidos pelos dois *softwares* no caso de uma calibração absoluta, utilizando um mesmo conjunto de sinais adquiridos. Vianna (1998) apresenta maiores detalhes a respeito da montagem experimental utilizada para a aquisição dos sinais. A faixa de freqüências obtida com o RFreq vai de 143 Hz até 131 kHz. Os resultados fornecidos pelo EDYCAP têm sua freqüência no intervalo 200 Hz -10 kHz. Assim, para que os resultados do RFreq possam ser comparados aos do EDYCAP, só serão consideradas as freqüências até 10 kHz.

Os resultados são bem similares no que diz respeito à magnitude das estimativas das FRF, contudo na comparação entre as fases pode-se ver que o resultado dado pelo RFreq é mais suave que o do EDYCAP. Essa diferença pode ter origem nos métodos utilizados para o cálculo da FRF. No RFreq, dentre os métodos disponibilizados, foi utilizado o Método de



Figura 8 - Comparação entre o RFreq e o EDYCAP

Laspe. Quanto ao EDYCAP, não se tem informações a respeito de qual método é utilizado. Villa (2000) apresenta com maior profundidade um estudo da qualidade dos resultados obtidos a partir do modelo 1 entrada / 2 saídas tanto para dados experimentais como para dados gerados numericamente.

5. CONCLUSÕES

O modelo 1 entrada / 2 saídas é um modelo bastante adequado para a calibração dinâmica de transdutores de pressão. Por possuir uma concepção que reflete a situação a que os transdutores de pressão estão submetidos, a associação dos fenômenos físicos observados no tubo de choque com as variáveis do modelo permite uma maior compreensão da dinâmica dos transdutores.

Foi visto que existem três situações para a calibração dinâmica de transdutores de pressão, todas cobertas pelo modelo 1 entrada / 2 saídas. Duas destas situações são para a calibração comparativa, sendo importante frisar que a FRF de um transdutor só poderá ser estimada no caso em que a FRF do transdutor de referência é conhecida. Se não for, deve-se assegurar que ela seja unitária dentro da faixa de freqüências na qual se deseja a calibração. Este é um fato importante e que não é considerado quando se utiliza o modelo apresentado na seção 1. A terceira situação se faz presente quando a calibração é absoluta e a referência passa a ser um degrau de pressão teórico.

A validade dos resultados obtidos com o modelo 1 entrada / 2 saídas depende da hipótese de independência dos sinais de resposta dos transdutores de pressão e dos sinais de ruído. Segundo Villa (2000), a implementação do modelo 1 entrada / 2 saídas no *software* RFreq

forneceu resultados muito bons, conforme ilustrou a comparação com os resultados do EDYCAP feita anteriormente na seção 4.

REFERÊNCIAS

- Bendat, J. S. & Piersol, A. G., 1986, Random Data Analysis and Measurement Procedures, John Wiley & Sons, New York, U.S.A.
- Carvalho, M. A. M., 1995, Estudo e Aplicação do Tubo de Choque para a Calibração Dinâmica de Sensores de Pressão. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, D.F., Brasília, Brasil.
- Damion, J. P.,1993/1994, Means of Dynamic Calibration for Pressure Transducers, Metrologia, vol. 30, p. 743-746.
- ISA (Instrumentation Society of America), S37.10-1982 (R1995) Specifications and Tests for Piezoelectric Pressure and Sound-Pressure Transducers. U.S.A., 1995.
- Newland, D. E., 1997, An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis, Adison Wesley Longman, London, U.K.
- Stearns, S. D. & David, R. A., 1996, Signal Processing Algorithms in MATLAB, Prentice Hall, New Jersey., U.S.A.
- Vianna, J. N. S., 1998, Relatório Técnico de Atividades de Intercomparação Laboratorial UnB-ENSAM, Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica, Brasília, D.F.
- Vianna, J. N. S., Oliveira, A. B. S. & Damion, J. P., 2000, The Influence of the Diaphragm on the Metrological Characteristics of the Shock Tube, International Journal of Pure and Applied Metrology - Metrologia, vol. 36, no. 6 (to be published).
- Villa, C. V. S., 2000, RFreq *Software* para Calibração Dinâmica de Transdutores de Pressão, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, D.F., Brasil.

ANALYSIS OF A MODEL FOR THE DYNAMIC CALIBRATION OF PRESSURE TRANSDUCERS

Abstract. Currently for the dynamic calibration of pressure transducers, a relatively simple model for the transducer has been used. The simplification may lead to distorted results. In this paper a model named 1 input / 2 outputs is proposed. This model is well suited to the possible three situations found in the calibration: the comparative calibration with or without knowing the Frequency Response Function of the reference transducer and the absolute calibration. The variables of the 1 input / 2 outputs model have their physical meaning based on the assumption that the dynamic pressure generator is a shock tube. The analysis of the proposed model showed that the simplification adopted is reasonable only when the reference transducer's Frequency Response Function assumes a unit value over the considered frequency range. In addition the given results depend on the validity of the hypothesis of independence between the noise and the transducers' responses.

Keywords: Frequency Response Function, dynamic calibration, shock tube