



XXIV CREAM
Congresso Nacional de Estudantes
de Engenharia Mecânica



Universidade Federal
do Rio Grande



INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL
Campus Rio Grande

XXIV Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica – 11 a 15/09/2017 – Rio Grande - RS

VERIFICAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE PLACAS FINAS COM E SEM ENRIJECEDORES SUBMETIDAS A CARREGAMENTO TRANSVERSAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO

João Pedro Teixeira Peixoto de Queiroz¹ – jopetpq@gmail.com

Marcelo Langhinrichs Cunha¹ – marcelolamcunha@hotmail.com

Grégori da Silva Troina¹ – gregori.troina@gmail.com

Luiz Alberto Oliveira Rocha² – luizor@unisinis.br

Elizaldo Domingues dos Santos¹ – elizaldosantos@furg.br

Liércio André Isoldi¹ – liercioisoldi@furg.br

¹ Universidade Federal do Rio Grande – FURG – Rio Grande, RS, Brasil

² Universidade do Vale dos Sinos – UNISINOS – São Leopoldo, RS, Brasil

RESUMO: Modelos numéricos são ferramentas cada vez mais empregadas por profissionais de engenharia na solução de problemas apresentados em projetos modernos com alto grau de complexidade. No entanto, para garantir que os resultados obtidos através desses modelos sejam confiáveis, deve-se previamente fazer uma verificação dos mesmos. O presente trabalho tem por objetivo verificar, por meio da análise de deflexões, modelos numéricos para placas com e sem enrijecedores submetidas a carregamento transversal uniformemente distribuído. Para isso, foram comparados os resultados numéricos obtidos por este trabalho com resultados obtidos por outros autores e, quando possível, por soluções analíticas. Os modelos numéricos foram desenvolvidos através do software ANSYS, que se baseia no Método dos Elementos Finitos (MEF) para a solução dos problemas. Foram estudadas duas diferentes geometrias de placas: uma placa retangular sem enrijecedor e uma placa quadrada com um enrijecedor central. Para cada uma dessas geometrias foram utilizados dois tipos de elementos finitos, SHELL93 e SOLID95, explorando-se ainda dois tipos de malhas para cada elemento: triangular e quadrilátera para o SHELL93; tetraédrica e hexaédrica para o SOLID95. Os testes de independência de malhas apresentaram resultados convergentes entre si, além disso, as simulações numéricas realizadas apresentaram valores com boa concordância em relação aos encontrados em publicações de outros autores.

Palavras-Chave: Verificação, Simulação Numérica, Placas com Enrijecedores

ABSTRACT: Numerical models are tools being each day more utilized by engineering professionals for solving problems presented by modern projects with high level of complexity. However, in order to achieve reliable results when utilizing these models, it is required to previously verify them. This study focuses on verifying numerical models, by analyzing deflections, of stiffened and unstiffened plates under transversal and evenly distributed loads. The verification occurred by means of comparisons among the results obtained by these models, the ones obtained by works of other authors and, if possible, the analytical solutions. The computational models were developed through the platform presented by the software ANSYS, which applies the Finite Element Method (FEM) to solve problems. Two distinct plate geometries were analyzed: a rectangular plate with no stiffener and a square plate with one centered stiffener. For each of these geometries, two different types of finite elements were utilized, SHELL93 and SOLID95, also exploring two different types of mesh for each finite element: triangular and quadrilateral for SHELL93; tetrahedral and hexahedral for SOLID95. The results of the mesh independence tests present a converging pattern for every models studied. Also, these values are similar to the ones taken as reference.

Keywords: Verification, Numerical Simulation, Stiffened Plates

1. INTRODUÇÃO

Com o avanço da tecnologia, que se traduz em computadores cada vez menores e com capacidade de processamento extremamente elevada, problemas de engenharia que antes eram considerados impraticáveis analiticamente tornaram-se hoje algo de resolução relativamente simples através dos métodos numérico-computacionais. Isso foi o que ocorreu com os problemas de placas enrijecidas, que são estruturas amplamente utilizadas em diversas áreas do conhecimento como na construção civil, na engenharia aeronáutica e principalmente na

indústria de construção e reparação naval. A redistribuição do peso de uma estrutura através do uso de enrijecedores soldados a placas inicialmente sem reforços confere um potencial a esse novo componente estrutural de suportar esforços mais elevados para um mesmo volume de material. Dessa forma, entender o problema de placas com enrijecedores se faz necessário para desenvolver-se estudos focados na redução do peso de embarcações, edificações e aeronaves, sem que haja prejuízo nas características mecânicas dessas estruturas.

Para uma placa sem enrijecedores, de acordo com suas condições de apoio e tipo de carregamento, existem soluções analíticas para sua deflexão máxima (Timoshenko e Woinowsky-Krieger, 1959). Já a resolução de problemas que envolvem placas enrijecidas não é de trivial solução. Para a solução analítica de problemas envolvendo placas com simples disposições de enrijecedores, deve-se fazer uma série de simplificações (Timoshenko e Woinowsky-Krieger, 1959; Szilard 2004), o que leva, em muitos casos, a resultados imprecisos. Com o auxílio de computadores com processadores de alta capacidade, aliado ao uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), pode-se obter um resultado mais fidedigno e de maneira muito menos trabalhosa quando comparada à resolução analítica (Salomon, 2000).

A modelagem computacional, no entanto, deve ser utilizada sempre com muita cautela, pois pequenos erros cometidos na construção do modelo, geração de malha ou condições de carregamento e vinculação podem levar a resultados totalmente diferentes da realidade dos problemas. Um procedimento extremamente importante para a utilização de modelos numéricos é a verificação do modelo computacional. Tal procedimento consiste na comparação dos resultados obtidos através do modelo numérico com aqueles obtidos por métodos analíticos ou com resultados numéricos publicados por outros autores. Dessa forma, após verificar-se o modelo numérico, este pode ser utilizado para solucionar outros problemas com características similares de forma rápida e precisa, o que mostra o grande potencial da utilização da modelagem computacional nas mais diversas áreas da engenharia.

Em virtude disso, o presente trabalho busca verificar os modelos numéricos desenvolvidos utilizando o software ANSYS, através de duas geometrias de placas diferentes: uma placa retangular sem uso de enrijecedor e uma placa quadrada com um enrijecedor central. Para isso, dois tipos de elementos finitos presentes no banco de elementos desse software foram utilizados, SHELL93 e SOLID95, sendo abordadas duas geometrias distintas para cada um desses elementos. Para verificar os modelos desenvolvidos, os resultados obtidos por meio das simulações numéricas realizadas nesse estudo foram comparados com resultados obtidos por diferentes autores, e quando possível, com resultados analíticos.

2. METODOLOGIA

2.1 Estudos prévios

Importantes pesquisas já foram realizadas na área de elementos finitos aplicados a estruturas na forma de placas enrijecidas. Dentre eles, pode-se destacar a pesquisa realizada por Rossow e Ibrahimkhail (1978), na qual o Método dos Elementos Finitos foi empregado, em conjunto com o método das restrições, em análises estáticas de placas com enrijecedores concêntricos e excêntricos. Esses pesquisadores utilizaram os softwares NASTRAN e STRUDL para analisar placas quadradas com apenas um enrijecedor e placas retangulares com enrijecedores dispostos de forma a se cruzarem ortogonalmente. Para isso, optaram por utilizar dois elementos triangulares para modelar um quarto da placa, utilizando na sua formulação matemática funções de interpolação por polinômios de ordem que variava entre quatro e nove.

Em Tanaka e Bercin (1998), o Método dos Elementos de Contorno foi aplicado para realizar análises estáticas em placas com enrijecedores de seções transversais variadas sob flexão. Nessa abordagem, o modelo considera a estrutura como sendo uma placa rigidamente conectada aos enrijecedores ao longo de suas interfaces. A rigidez de deformação, de deflexão e de torção, assim como a excentricidade dos enrijecedores, são incluídas na formulação. Diferentes condições de contorno e número de enrijecedores foram combinados para avaliar a eficácia desse método. Ao final do trabalho, os diferentes modelos evidenciaram um comportamento de acordo com as referências utilizadas para comparação.

Em outra análise, Sapountzakis e Katsikadelis (2000) fizeram uma abordagem de placas enrijecidas tratando-as como placas reforçadas por vigas. Nesse trabalho, os autores optaram por considerar os esforços e deformações no plano da placa bem como os esforços e deformações axiais nas vigas. Esses esforços foram analisados na região de interface de união entre os enrijecedores e as placas, de forma a permitir o cálculo dos esforços de cisalhamento que são de grande importância para o projeto de placas reforçadas pré-fabricadas ou fabricadas em material compósito. Como resultado do equacionamento do sistema foram obtidas equações diferenciais que foram solucionadas pelo Método da Equação Análoga. Para avaliar a eficácia do método desenvolvido, analisou-se uma placa retangular simplesmente apoiada com um enrijecedor central para diferentes alturas de enrijecedor de seção transversal retangular.

Por fim, no trabalho realizado por Silva (2010), o Método dos Elementos Finitos foi utilizado para estudar o comportamento de lajes nervuradas. Em seu estudo, essas estruturas foram idealizadas como um sistema placa-vigas,

mostrando que a consideração da excentricidade entre placa e viga de reforço resulta em redução dos deslocamentos. Para realizar tal estudo, o autor optou por utilizar o software de simulação numérica ANSYS, onde aplicou o elemento SHELL63 para modelar a placa e o elemento BEAM44 para modelar os enrijecedores. Os exemplos simulados nesse trabalho foram, entre outros, os mesmos apresentados por Rossow e Ibrahimkhail (1978) e Tanaka e Bercin (1998).

2.2 Estudo de placas

De acordo com Szilard (2004), placas são estruturas caracterizadas por possuírem uma de suas dimensões, denominada espessura, muito menor que as outras duas. Quando essas placas são reforçadas por perfis dispostos ao longo de seus comprimentos transversais e/ou longitudinais, considera-se as mesmas como placas enrijecidas. A finalidade desses perfis é justamente aumentar a resistência mecânica da nova estrutura, de forma a conferir a uma placa enrijecida uma melhor capacidade para resistir a combinações de momentos de flexão e torção, entre outros carregamentos.

Em se tratando de placas planas sem enrijecedores sob carregamentos transversais, Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959) e Szilard (2004) apresentam a solução analítica de problemas de placas em formatos quadrados e retangulares para diferentes condições de carregamento e de contorno. A Eq. (1) é a equação diferencial que governa o problema de placas finas retangulares e prevê os valores de deflexão w da estrutura em função das coordenadas x e y do plano da placa, quando a mesma é submetida a um determinado carregamento e condições de contorno específicas. A solução dessa equação nem sempre é possível de ser obtida analiticamente, principalmente para condições complexas de carregamento e de vinculação, portanto, em algumas bibliografias como Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959) e Szilard (2004) são apresentados métodos de solução dessa equação diferencial através de aproximações por séries (soluções aproximadas de Navier e Levy).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p_z(x, y) \quad (1)$$

onde p_z é a carga transversal aplicada sobre a placa na direção z ; e w é a deflexão ou deslocamento transversal do plano médio da placa também na direção z .

Segundo Salomon (2000), há três diferentes categorias de abordagem disponíveis para a análise de problemas envolvendo placas enrijecidas: modelo de placas ortotrópicas, grelhas e sistemas de placas-vigas.

Ao estudar o comportamento de placas enrijecidas considerando-as estruturas ortotrópicas, Szilard (2004) foi capaz de obter dados experimentais que apresentaram boa concordância de resultados. Para isso, foram feitas uma série de considerações a respeito dos reforços, os quais deviam ser relativamente pequenos, próximos uns dos outros e uniformemente espaçados. A ideia desse método consiste em considerar a então estrutura de chapa enrijecida como uma estrutura de placa ortotrópica com espessura única e equivalente ao conjunto placa/enrijecedor anterior.

Ao abordar a estrutura composta por placa e enrijecedor, considerando-a na forma de grelha, Salomon (2000) concluiu que essa precisava possuir uma largura efetiva variando entre 50% a 80% do espaçamento entre os reforços. Nesse método, os resultados de deflexões possuem erro de até 5% (excepcionalmente podem chegar a 10%), enquanto os resultados de tensões variam entre 10% a 20% dos valores experimentais.

Por último, a abordagem que considera a placa enrijecida como um conjunto composto por placa e vigas é a que mais se aproxima do verdadeiro comportamento do problema físico. Tal metodologia é de difícil resolução analítica, porém, graças aos métodos numéricos (especialmente o MEF) e aos computadores de alta capacidade de processamento, essa abordagem torna-se atualmente possível e viável.

2.3 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Zienkiewicz (1971) e Bathe (1996) resumem a análise por elementos finitos em quatro etapas: concepção da geometria (domínio computacional), geração da malha (discretização do então meio contínuo em partes elementares), aplicação das condições de contorno e, por último, solução do problema.

Ao estudar estruturas de comportamento linear elástico por elementos finitos, pode-se empregar o princípio dos trabalhos virtuais para se chegar na solução dos problemas. Especificamente, ao analisar estruturas estáticas, busca-se quantificar a magnitude dos esforços internos e dos deslocamentos em qualquer parte do sistema desprezando o efeito das forças de amortecimento (velocidade e atritos internos) e das forças de inércia (massa e aceleração). Os deslocamentos em qualquer parte do sistema são encontrados através da solução de um sistema de equações algébricas representado pela Eq. (2) (Marinho, 2002):

$$[K].\{u\} = \{F\} \quad (2)$$

onde $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais desconhecidos, $[K]$ é a matriz de rigidez global da estrutura e $\{F\}$ é o vetor de carga externa. A matriz de rigidez do sistema é obtida através das relações deformação-deslocamento e tensão-deformação da estrutura, a partir da discretização do modelo e das propriedades do material.

2.4 Software ANSYS

Com o desenvolvimento da tecnologia e o maior acesso à informação, diversos softwares vêm sendo criados com a finalidade de propor soluções para problemas das mais variadas áreas da engenharia. Muitos desses softwares utilizam o MEF, exemplo disso é o pacote de programas da ANSYS Inc., companhia que ficou conhecida ao redor do mundo devido ao seu enfoque na área de soluções computacionais para engenharia. O pacote de programas ANSYS possui uma ampla gama de aplicações, variando desde análises de escoamentos até análises estáticas (linear e não-linear), modal, espectral, dinâmica e de flambagem (Ansys, 2009). Em todas essas análises, as variáveis primárias calculadas são os deslocamentos nodais, enquanto as demais grandezas, como tensão, deformação e forças de reação são derivadas a partir desses deslocamentos. Devido ao grande potencial de resolução de problemas estruturais demonstrado por esse software, esse trabalho optou por utilizá-lo (ANSYS® Mechanical APDL) para o desenvolvimento dos modelos numéricos em estudo.

2.5 Tipos de elementos finitos utilizados

O elemento SHELL93 é apropriado para modelagem de problemas envolvendo estruturas planas ou curvas de pequena espessura. Esse elemento possui 6 graus de liberdade em cada um de seus 8 nós: rotação ao redor dos eixos x , y e z e translação ao longo desses mesmos eixos. As funções de interpolação utilizadas na sua formulação matemática são do tipo quadrática. Com o SHELL93, pode-se analisar a plasticidade, grandes deformações e deslocamentos. Dentre as considerações importantes, destaca-se que a tensão na direção normal ao plano do elemento varia linearmente ao longo da espessura e a tensão de cisalhamento transversal é assumida como sendo constante ao longo da espessura. Além disso, esse elemento possui uma versão simplificada da configuração geométrica, representada pela forma de um triângulo, como pode ser visto na Fig. (1a) (Ansys, 2009).

Por outro lado, o elemento SOLID95 possui por característica adaptar-se a formas irregulares sem perda significativa na sua acurácia. Ele é adequado para modelar geometrias curvas e, como mostrado na Fig. (1b), possui as variações tetraédricas, piramidal e prismática. Diferentemente do SHELL93, o SOLID95 é um elemento de alta ordem e possui 20 nós com 3 graus de liberdade cada: translação ao longo dos eixos x , y e z . Destaca-se que esse elemento possui capacidade de análise de plasticidade, grandes deformações e deslocamentos, além de análise de fluência (Ansys, 2009).

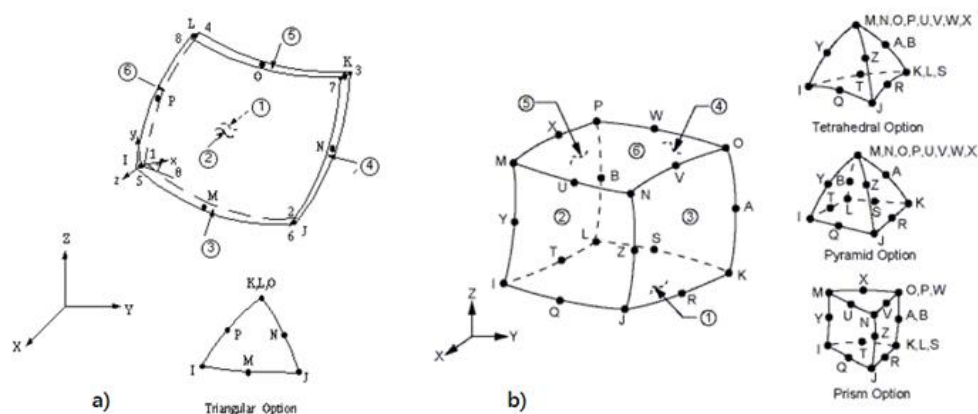


Figura 1. a) Elemento tipo SHELL93 e b) Elemento tipo SOLID95 (Ansys, 2009).

3. RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÕES

3.1 Placa plana retangular simplesmente apoiada

Nesse exemplo, uma placa retangular de dimensões conforme a Fig. (2) e simplesmente apoiada em seus bordos é submetida a uma carga transversal e uniformemente distribuída de valor igual a 10 kN/m^2 , ao longo de sua superfície. O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material são, respectivamente, $3,0 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ e 0,154. Destaca-se que, além da imposição de deslocamento nulo na direção z ao longo de toda a borda da placa, necessitou-se impor

restrições nas direções x e y em alguns nós dos cantos da placa para evitar o movimento de corpo rígido. A análise se dá pela determinação da deflexão no centro da placa, da mesma forma como foi estudado por Sapountzakis e Katsikadelis (2000) e Silva (2010). Dessa forma, foi possível verificar o modelo numérico desenvolvido nesse trabalho por meio da comparação dos resultados desse estudo com aqueles obtidos pelos referidos autores. Além disso, esse problema possui resolução analítica apresentada por Szilard (2004), o que também possibilita a comparação dos resultados.

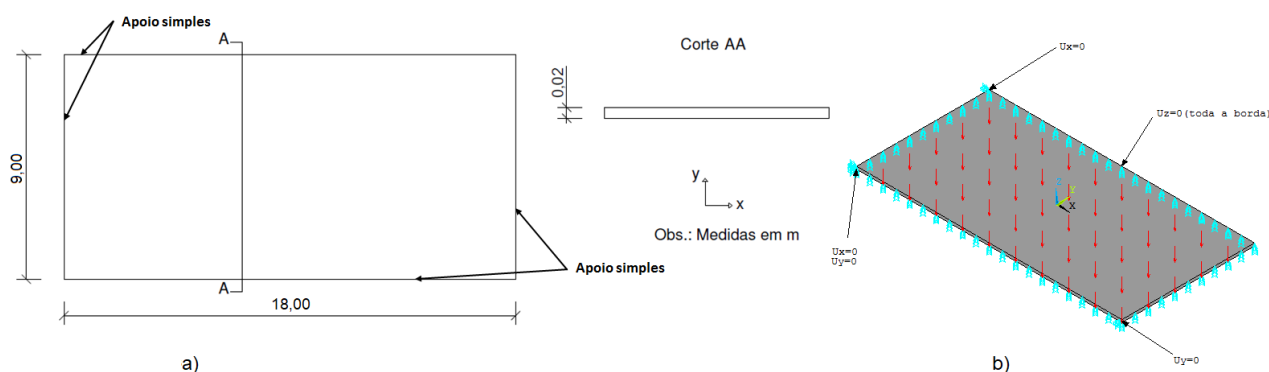


Figura 2. Placa retangular sem enrijecedor: (a) modelo físico e (b) condições de contorno e carregamento.

A Figura 3 representa as malhas M1, com a finalidade de ilustrar a discretização do domínio computacional das placas planas de acordo com o tipo de elemento utilizado.

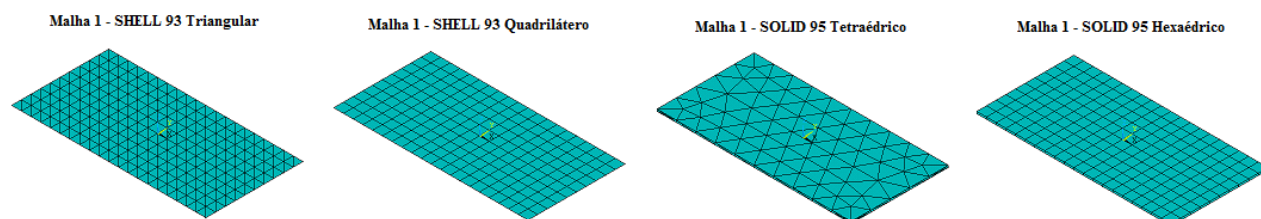


Figura 3. Discretização do domínio computacional da placa retangular sem enrijecedor.

Além da malha M1, outras cinco malhas foram geradas (M2, M3, M4, M5, M6) afim de realizar os testes de independência de malha, que determinam as malhas independentes refinadas o suficiente para não interferir na solução do problema. Para definir a malha independente para o caso da placa retangular não enrijecida, utilizou-se o critério de diferença relativa de até 0,15 % entre a malha independente e a malha seguinte. Feito isso, foi possível comparar os valores obtidos para cada elemento (com sua malha independente) em relação aos valores gerados a partir da resolução analítica e também os valores encontrados em trabalhos de outros autores. Na Fig. (4) são apresentados os resultados oriundos de cada um dos modelos numéricos desenvolvidos para todos os refinamentos de malhas simulados.

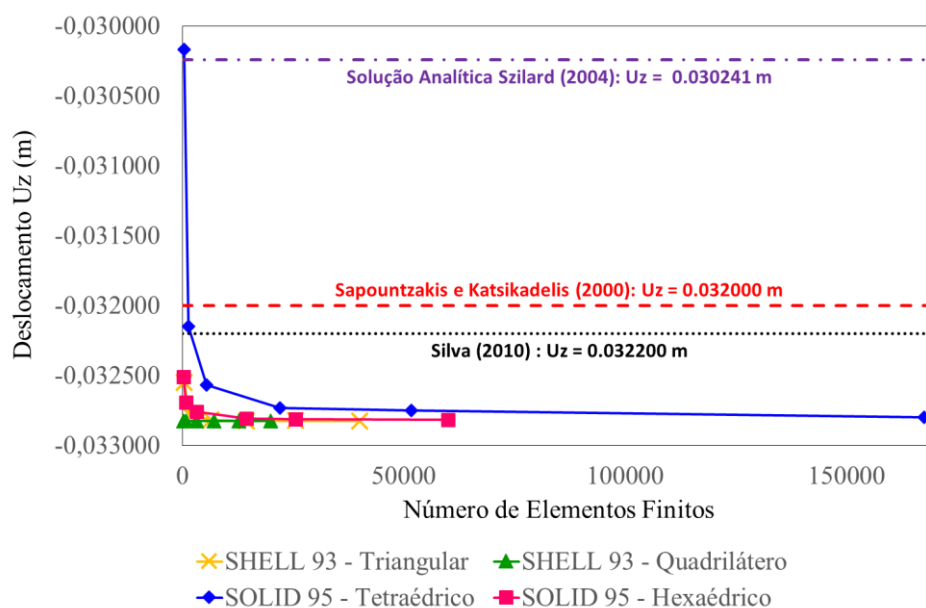


Figura 4. Análise de convergência e comparação de resultados para a placa retangular sem enrijecedor.

É possível observar na Fig. (4) o comportamento convergente entre as malhas de cada modelo numérico proposto. Fica evidente que o modelo SOLID95 - Tetraédrico é o que precisa de maior refinamento de malha para atingir uma estabilização nos resultados das deflexões. Este também é o modelo numérico que apresentou a maior variação entre os resultados obtidos. Além disso, na Fig. (4) são apresentados os resultados obtidos pela solução analítica e os resultados de Silva (2010) e Sapountzakis e Katsikadelis (2000). Na Tabela (1), o resultado para a malha independente de cada modelo numérico é apresentado junto ao obtido em Silva (2010) e Sapountzakis e Katsikadelis (2000) e através da solução analítica.

Tabela 1. Comparação dos resultados para placa retangular.

	SHELL93		SOLID95		Silva (2010)	Sapountzakis e Katsikadelis (2000)	Solução Analítica
	Triangular	Quadrilátero	Tetraédrico	Hexaédrico			
Malha	M2: 1600 elementos	M1: 200 elementos	M4: 22077 elementos	M3: 3200 elementos	---	---	---
U_z (mm)	-32,78	-32,82	-32,73	-32,76	-32,20	-32,00	-30,24

Já a Fig. (5) mostra a configuração deformada da placa retangular, considerando a malha independente, para os diferentes elementos sob análise, com a indicação do deslocamento transversal no centro da estrutura.

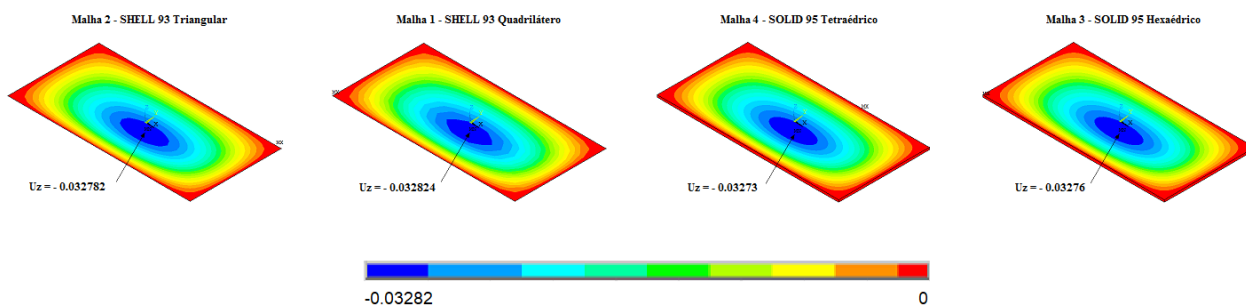


Figura 5. Configuração deformada da placa retangular sem enrijecedor para as malhas independentes.

Ao analisar a Tab. (1) e a Fig. (4), observa-se uma boa concordância entre os resultados deste trabalho com os de Silva (2010) e Sapountzakis e Katsikadelis (2010). Por outro lado, o resultado obtido através da solução analítica (Szilard, 2004) divergiu dos demais em aproximadamente 8,5 %. Levando em conta o que foi apresentado nesta seção, pode-se dizer que os quatro modelos computacionais propostos foram devidamente verificados.

3.2 Placa quadrada simplesmente apoiada com um enrijecedor central

Nesse exemplo, uma placa quadrada simplesmente apoiada sob carregamento transversal uniformemente distribuído e com um único enrijecedor ao longo de sua superfície é modelada conforme a Fig. (6). Nesse problema, o carregamento considerado é de $6,89 \text{ kN/m}^2$, o material de fabricação da placa possui módulo de elasticidade igual a $11,721 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de Poisson é 0,3. Esse mesmo problema também foi estudado por Silva (2010), Tanaka e Bercin (1998) e Rossow e Ibrahimkhail (1978).

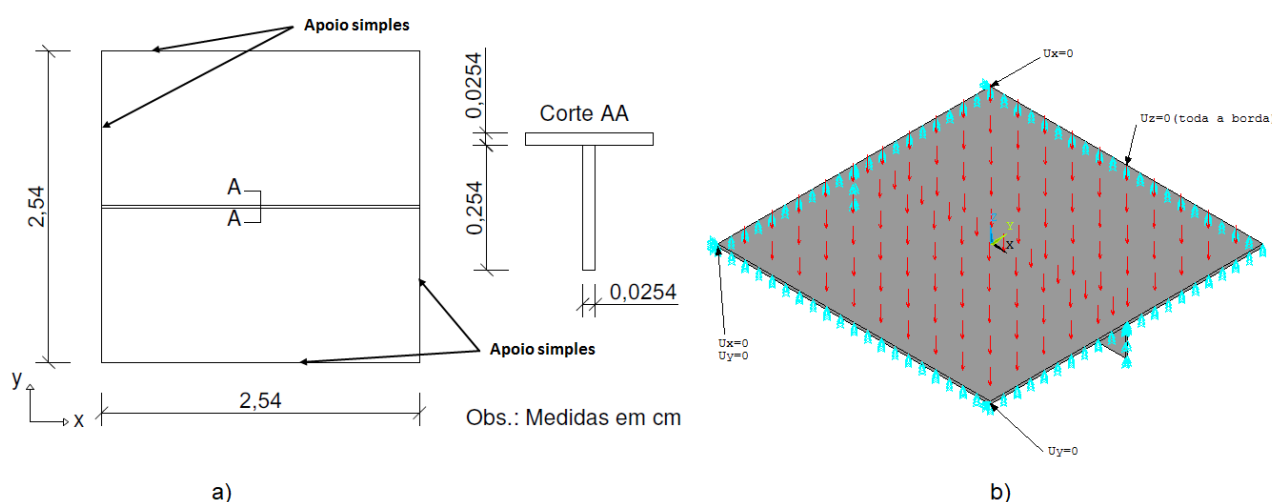


Figura 6. Placa quadrada com um enrijecedor central: (a) modelo físico e (b) condições de contorno e carregamento.

O procedimento para a verificação do modelo numérico para a placa quadrada com um enrijecedor central é análogo ao procedimento utilizado na seção anterior: os valores de deslocamento dos quatro modelos computacionais desenvolvidos nesse trabalho são tomados no centro da placa e comparados aos valores obtidos por outros autores.

Na Figura (7) são apresentadas as malhas M1 de cada modelo numérico proposto. Como no caso anterior, refinamentos sucessivos de malhas foram considerados.

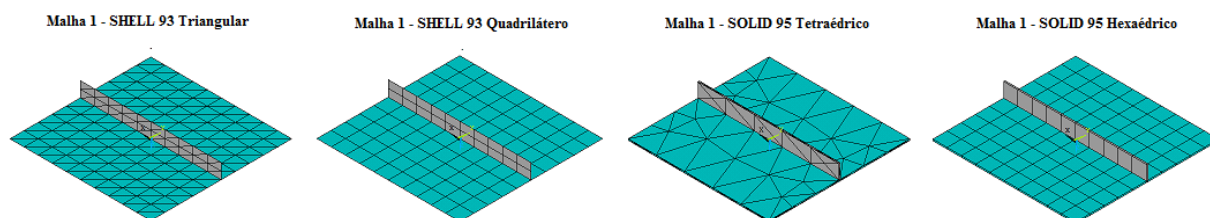


Figura 7. Discretização do domínio computacional da placa quadrada com um enrijecedor central.

O teste de independência de malhas foi realizado pela comparação dos valores de deflexão obtidos com cada refinamento de malha para os quatro tipos de elementos abordados. Com isso, foi possível realizar a análise de convergência de malha. As malhas independentes para este problema foram aquelas que apresentaram uma diferença relativa de até 1,30 % entre a malha independente e a malha seguinte. Os resultados obtidos com cada um dos modelos numéricos, junto com os resultados obtidos por Silva (2010), Tanaka e Bercin (1998) e Rossow e Ibrahimkhail (1978), podem ser observados na Fig. (8).

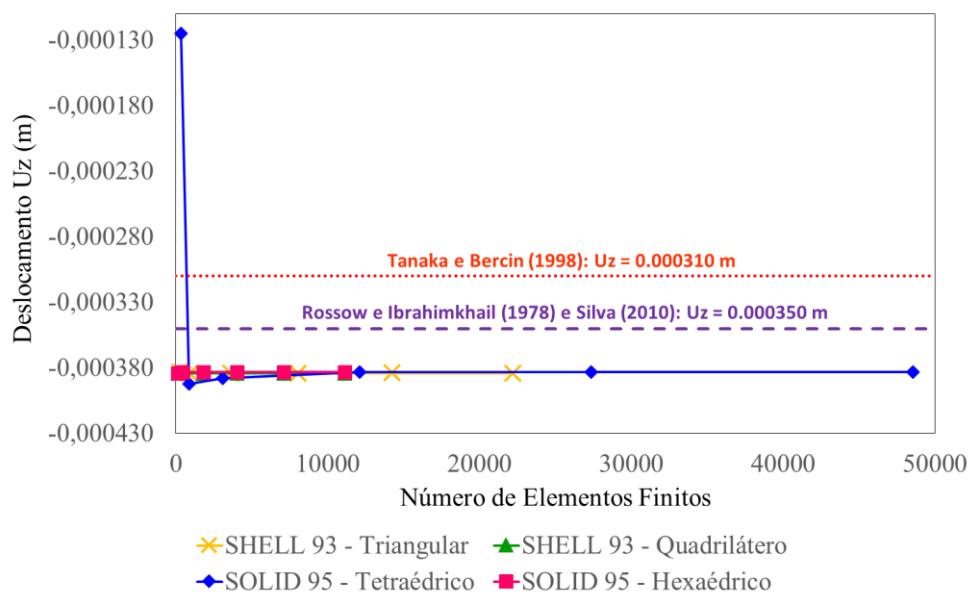


Figura 8. Análise de convergência de malha e comparação de resultados para placa quadrada com enrijecedor central.

A comparação entre os valores de deslocamentos para a malha independente de cada elemento com os valores de deslocamento encontrados por Silva (2010), Tanaka e Bercin (1998) e Rossow e Ibrahimkhail (1978) é apresentada na Tab. (2).

Tabela 2. Comparação de resultados placa quadrada com enrijecedor central

	SHELL93		SOLID95		Silva (2010)	Tanaka e Bercin (1998)	Rossow e Ibrahimkhail (1978)
	Triangular	Quadrilátero	Tetraédrico	Hexaédrico			
Malha	M1: 240 elementos	M1: 120 elementos	M3: 3075 elementos	M2: 460 elementos	---	---	---
U_z (mm)	-0,383	-0,384	-0,388	-0,384	-0,350	-0,310	-0,350

Já a Fig. (9) apresenta as configurações deformadas de cada um dos modelos, com as respectivas malhas independentes apresentadas na Tab. (2) e com a indicação de deflexão no centro da placa enrijecida.

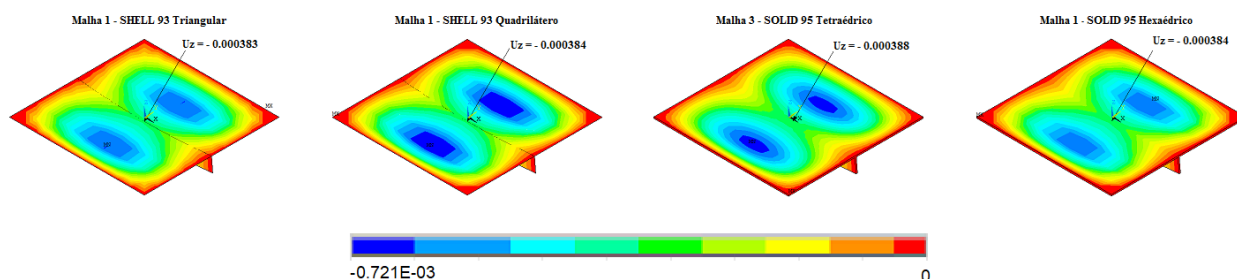


Figura 7. Deformada da placa quadrada com um enrijecedor central para as malhas independentes.

É possível verificar a convergência de resultados entre os 4 modelos apresentados. Além disso, os resultados desses 4 modelos também são bem próximos dos valores obtidos por Silva (2010), Tanaka e Bercin (1998) e Rossow e Ibrahimkhail (1978). Dessa forma, pode-se afirmar que os 4 modelos foram devidamente verificados.



4. CONCLUSÕES

O presente trabalho executou a verificação de modelos numéricos desenvolvidos no software *ANSYS Mechanical APDL*® para a análise de deflexão de placas com e sem enrijecedores submetidas a carregamento transversal uniformemente distribuído.

A verificação dos 4 modelos abordados nesse trabalho se deu pela comparação dos resultados de deflexão no centro da placa obtidos nesse estudo com os resultados de soluções analíticas e de publicações de diferentes épocas e autores.

Foram estudadas uma placa retangular sem enrijecedor e uma placa quadrada com um enrijecedor disposto em seu centro. A partir desses testes, foi possível concluir que o elemento *SOLID95*, principalmente na versão Tetraédrica, apresenta resultados com diferenças bastante elevadas quando utilizadas malhas grosseiras, ou seja, malhas com poucos elementos. Por outro lado, o elemento *SHELL93* é o que converge mais rapidamente para os resultados finais, e além disso, possui malhas com menores números de nós e elementos, o que resulta em alta eficiência computacional. Ao final do presente estudo, obtêm-se modelos computacionais confiáveis e precisos que podem ser extrapolados para outras análises similares de forma rápida e prática. Em trabalhos futuros, pretende-se utilizar esses modelos desenvolvidos e verificados para otimização geométrica de placas com enrijecedores.

AGRADECIMENTOS

M. L. Cunha agradece à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pela bolsa de Iniciação Tecnológica. G. S. Troina agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro sob a forma de bolsa de mestrado. L. A. O. Rocha, E. D. dos Santos e L. A. Isoldi agradecem ao CNPq pela bolsa de produtividade em pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Ansyes Inc. (2009), *ANSYS User's Manual: Analysis Systems*.
- Bathe, K.J. (1996), *Finite element procedures. Revision of Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall.
- Marinho, I. J. P. (2002), *Projeto ótimo de estruturas metálicas de arquibancadas reutilizáveis via ANSYS*, Mestrado em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- Rossow, M. P. e Ibrahimkhail, A. K. (1978), *Constraint Method Analysis of Stiffened Plates*. *Computers & Structures*, Vol. 8, pp. 51-60.
- Salomon, A. (2000), *An Evaluation of Finite Element Models of Stiffened Plates*, Master of Science in Naval Architecture and Marine Engineering, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- Sapountzakis, E. J. e Katsikadelis, J. T. (2000), *Analysis of Plates Reinforced with Beams*. *Computational Mechanics*, Vol. 26, pp 66-74.
- Silva, H. B. S. (2010), *Análise numérica da influência da excentricidade na ligação placa-viga em pavimentos usuais de edifícios*. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de São Carlos.
- Szilard, R. (2004), *Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Tanaka, M. e Bercin, A. N. *Static bending analysis of stiffened plates using the boundary element method*. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 21, pp 147-154, 1998.
- Timoshenki, S. P.; Gere, J. M. *Theory of Elastic Stability*. McGraw – Hill, New York, 1961.
- Zienkiewicz, O.C. (1971), *The finite Element Method in Engineering Science*. 2ª ed. McGraw- Hill, London.

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso contido neste artigo.