



XXIV CREAM
Congresso Nacional de Estudantes
de Engenharia Mecânica



Universidade Federal
do Rio Grande



INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL
Campus Rio Grande

XXIV Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica – 11 a 15/09/2017 – Rio Grande - RS

ESTUDO AERODINÂMICO DE ASAS FINITAS POR MODELOS NUMÉRICOS DE LINHA DE SUSTENTAÇÃO

William Denner Pires Fonseca

Faculdade Pitágoras de São Luís
Jardim de Fátima, Av. São Luís Rei da França, 32 - Turu
fonsecawdp@gmail.com

William Roberto Wolf

Universidade Estadual de Campinas
Rua Mendeleyev, 200, Campinas, SP, CEP 13083-860
wolf@fem.unicamp.br

RESUMO: O presente estudo visa analisar numericamente como o coeficiente aerodinâmico de sustentação é influenciado pelos parâmetros geométricos alongamento, afilamento e enflechamento. A circulação é mensurada através da discretização de dois modelos da teoria da linha de sustentação, sendo um o modelo clássico de Prandtl, para asas com enflechamento nulo, e o outro, resultante da teoria da linha de sustentação estendida de Weissinger, para asas enflechadas. Os resultados obtidos nesta análise demonstraram que, para asas com enflechamento nulo, o modelo adotado apresenta resultados coerentes com a literatura e que, para tal disposição tridimensional, o coeficiente de sustentação cresce acentuadamente à medida que se aumenta o alongamento e decresce conforme aumenta o afilamento, especialmente para casos com alongamentos elevados. Verificou-se que o coeficiente de sustentação tem maior sensibilidade com relação ao enflechamento do que em relação ao afilamento. Isto ocorre para todos os valores de alongamento.

Palavras-Chave: Asa finita, Teoria da linha de sustentação, Análise numérica

ABSTRACT: The current study presents a numerical analysis of the wing lift coefficient including an assessment of geometric effects such as aspect ratio, sweep angle and taper ratio. The circulation is measured through the application of two models which employ the lift line theory. The first model is the classical Prandtl model for zero sweep wing planforms and the second model employs the Weissinger theory of lift line for swept wings. The results demonstrate that for unswept wings the adopted model provides accurate solutions compared to the available literature data. In this context, the lift coefficient grows proportional to the aspect ratio. On the other hand, it decreases with the taper ratio and the sweep angle. These observations occur for all values of aspect ratio.

Keywords: Finite wing, Lift line, Numerical analysis

INTRODUÇÃO

Com aumento contínuo nos preços dos combustíveis fósseis, a cada dia que passa, estudos voltados para a aerodinâmica são convenientemente encontrados. Pesquisas de modelos para o cálculo de escoamentos ao redor de superfícies aerodinâmicas (aerofólios e asas finitas) vêm crescendo exponencialmente nos últimos anos, isto pode ser creditado à aplicação desses sistemas em muitos campos da engenharia como, por exemplo, veículos terrestres, turbomáquinas e aeronaves Fonseca *et al.*, (2017).

Dentre as principais aplicações da Aerodinâmica, podemos citar o projeto de aeronaves, pois muitos aspectos estudados para se definir a melhor configuração aerodinâmica da aeronave serão amplamente utilizados para uma melhor análise de desempenho e estabilidade, bem como para o cálculo estrutural, uma vez que existem muitas soluções de compromisso entre um bom projeto aerodinâmico e uma aeronave com desempenho satisfatório (Rodrigues, 2014).

Os dados aerodinâmicos de uma asa finita ou de uma seção infinita desta (aerofólio), podem ser analisados de três formas: métodos experimentais, analíticos e computacionais. Devido ao advento dos computadores digitais, o que implica na redução dos custos e otimização de tempo nas análises preliminares, os métodos computacionais de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) se tornaram uma importante ferramenta na aerodinâmica moderna, entretanto, os métodos analíticos podem auxiliar na concepção do projeto aerodinâmico, pois a partir da modelagem matemática é possível aperfeiçoar a influência das variáveis envolvidas.

Neste contexto, o presente trabalho busca propor um modelo numérico resultante da modelagem matemática da teoria da linha de sustentação capaz de analisar a influência dos parâmetros geométricos alongamento, afilamento e enflechamento no coeficiente aerodinâmico de sustentação.

MODELAGEM MATEMÁTICA

A partir da Fig. (1) pode-se visualizar as características geométricas de uma asa finita, onde S representa a área da asa, b sua envergadura, c_t a corda da ponta, c_r a corda da raiz e ϕ o ângulo de enflechamento.

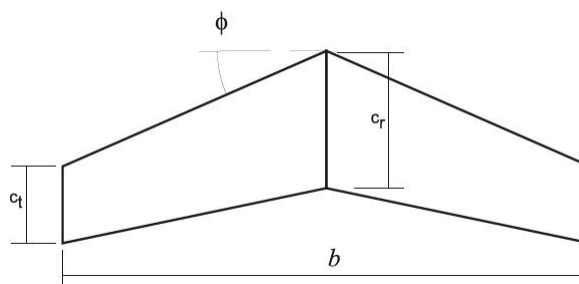


Figura 1. Ilustração de uma asa finita

Como pode ser observada, a asa mostrada na Fig. (1) é linearmente afilada onde a razão de afilamento, λ , é definida segundo (Anderson, 2007) pela Eq. (1). Outro importante parâmetro geométrico na análise de asas finitas é o alongamento, AR , expresso matematicamente pela Eq. (2).

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (1)$$

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (2)$$

Para asas finitas, o mecanismo físico de geração de sustentação é explicado pela presença de uma variação de pressão entre as partes superior e inferior da asa. Esse gradiente decresce na direção das pontas (Anderson, 2015). Desta maneira, as linhas de corrente que convergem atrás da asa possuem direções diferentes, dando origem a dois vórtices de intensidade Γ chamados de vórtices de ponta de asa, como ilustrado na Fig.(2). Essa deflexão das linhas de corrente induz um campo de velocidades descendente conhecido como *downwash* e esse fenômeno modifica a força aerodinâmica atuante na asa, produzindo o chamado arrasto induzido. Em uma seção infinita da asa, o fenômeno de *downwash* pode ser representado de acordo com a Fig. (3).

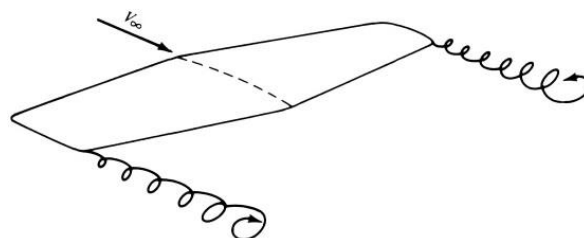


Figura 2. Vórtices de ponta de asa

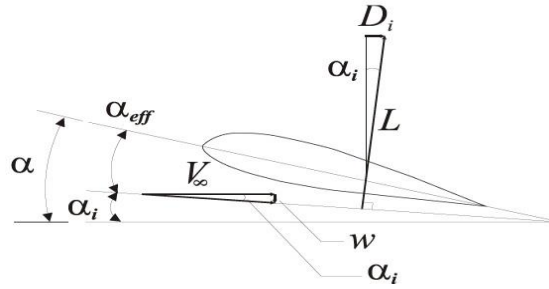


Figura 3. Efeito *downwash* no escoamento local de um aerofólio

A partir desta figura verifica-se que a velocidade descendente reduz o ângulo de ataque por um pequeno ângulo de valor α_i conhecido como ângulo de ataque induzido, este é expresso de acordo com (Brederode, 2014) pela Eq.(3).

$$\alpha_i = \alpha - \alpha_{eff} \quad (3)$$

Considerando o escoamento como sendo incompressível e não viscoso, onde para uma linha diferencial de vórtice são satisfeitos os teoremas de Kutta-Joukowski e de Helmholtz, o *downwash* é calculado segundo (Bertin & Cummings, 2009), pela Eq. (4)

$$dw = \frac{\frac{d\Gamma}{dy} dy}{4\pi(y_0 - y)} \quad (4)$$

Da Fig. (3) observa-se que ângulo de ataque induzido é dado por (w/V_∞) onde w pode ser determinado pela integração das contribuições dos elementos diferenciais de vórtices. Assim α_i é expresso por:

$$\alpha_i = \frac{w}{V_\infty} = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\frac{d\Gamma}{dy} dy}{y_0 - y} \quad (5)$$

No que se refere ao ângulo de ataque efetivo, se utilizado o teorema de Kutta-Joukowski para a sustentação, este pode ser modelado matematicamente pela Eq. (6).

$$\alpha_{eff} = \frac{2\Gamma}{C_l V_\infty c} + \alpha_{L=0} \quad (6)$$

Onde C_l é o coeficiente de sustentação do aerofólio, c é a corda deste e $\alpha_{L=0}$ é o ângulo de ataque de sustentação nula. Ao substituir as Eqs. (5) e (6) na Eq. (3), obtém-se a equação fundamental da teoria da linha de sustentação de Prandtl:

$$\alpha = \frac{2\Gamma}{C_l V_\infty c} + \alpha_{L=0} + \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\frac{d\Gamma}{dy} dy}{y_0 - y} \quad (7)$$

Esta equação descreve o ângulo de ataque em função da distribuição de circulação em torno da envergadura da asa. Sendo assim, ao se conhecer a circulação é possível calcular a sustentação pela Eq. (8).

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) dy \quad (8)$$

MODELAGEM NUMÉRICA

Modelo clássico de linha de sustentação de Prandtl

Como visto na seção anterior, para a determinação do coeficiente de sustentação é necessário se conhecer a distribuição de circulação. No entanto, na análise de um problema, a distribuição de circulação é uma variável desconhecida, que pode ser calculada escrevendo a Eq. (7) de forma discreta para cada seção da asa como apresentado em (Anderson, 2007).

Assumindo uma asa reta, onde se conhece os dados experimentais provenientes do aerofólio, a distribuição de circulação é calculada de forma iterativa dividindo a asa em várias estações através do método das faixas e, para cada uma destas, podemos admitir valores de $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n, \dots, \Gamma_{k+1}$ como apresentado na Fig. (4).

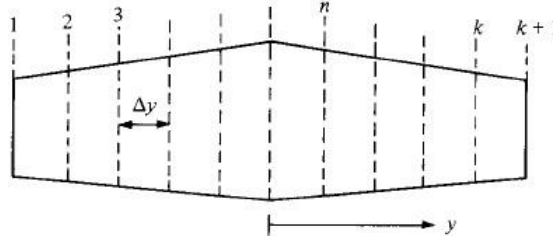


Figura 4. Divisão da asa em estações para solução numérica

Assim, com a variação de Γ é possível calcular o ângulo de ataque induzido para cada estação n da asa.

$$\alpha_i(y_n) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{y_n - y} dy \quad (9)$$

Utilizando a regra de integração de Simpson, a integral é escrita numericamente pela Eq. (10), onde y é a distância entre as estações e os índices i e j representam, respectivamente, uma seção da asa e um vórtice ferradura, no qual este, de acordo com o segundo teorema de Helmholtz, é a soma entre os dois vórtices livres com o vórtice de partida.

$$\alpha_i(y_n) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \frac{\Delta y}{3} \sum_{j=2,4,6}^k \frac{\frac{d\Gamma}{dy}_{j-1}}{y_n - y_{j-1}} + 4 \frac{\frac{d\Gamma}{dy}_j}{y_n - y_j} + \frac{\frac{d\Gamma}{dy}_{j+1}}{y_n - y_{j+1}} \quad (10)$$

Após encontrar o ângulo de ataque induzido, é possível se calcular o ângulo de ataque efetivo e, posteriormente, a distribuição de circulação através do teorema de Kutta-Joukowski.

Modelo da linha de sustentação estendida de Weissinger

Segundo (Phillips & Snyder, 2000) a teoria da linha de sustentação estendida de Weissinger, que é aplicada para asas enfilechadas e apresentada com detalhes em (Weissinger, 1947) é muito parecida com a teoria clássica de Prandtl, com exceção das condições de contorno. Neste modelo, a distribuição de circulação é calculada de maneira que a velocidade tangente a $\frac{3}{4}$ da corda seja nula, como proposto pelo teorema de Pistolesi (Wickenheiser, 2007). Assim, este modelo do ponto de vista físico é coerente uma vez que o escoamento sobre uma asa deve ser tangente ao aerofólio (para uma formulação não-viscosa, onde utilizamos a condição de contorno de escorregamento sobre a asa), portanto, o método

de Weissinger deriva de uma condição física que é simplificada pela condição de contorno sugerida pelo teorema de Pistolesi.

Algoritmo

O algoritmo computacional para o cálculo da distribuição da circulação e do coeficiente de sustentação da asa, segue a sequência descrita a seguir.

O programa numérico, cuja a linguagem de programação utilizada foi o MATLAB® inicia com a definição dos parâmetros geométricos, a saber:

- alongamento
- enflechamento
- afilamento
- ângulo de ataque
- envergadura
- corda da raiz

Em seguida é calculado o ângulo de ataque induzido bem como o ângulo de ataque efetivo, dados pelas Eqs. (10) e (3). Posteriormente é calculado o sistema de equações que descreve a distribuição de circulação e em seguida encontra-se o coeficiente de sustentação.

Caso o critério de convergência adotado para os cálculos da distribuição de circulação, cujo valor foi de 10^{-5} , for atingido dentro do passo de tempo, este é incrementado e uma nova estação é calculada. Esta sequência é repetida até que seja atingido o número máximo de iterações. Se, ao contrário, o critério de convergência não for atingido, ainda no mesmo passo de tempo determina-se uma nova entrada para o ângulo de ataque induzido, até atingir a convergência. A Fig. (5) esquematiza a sequência numérica de cálculo do problema.

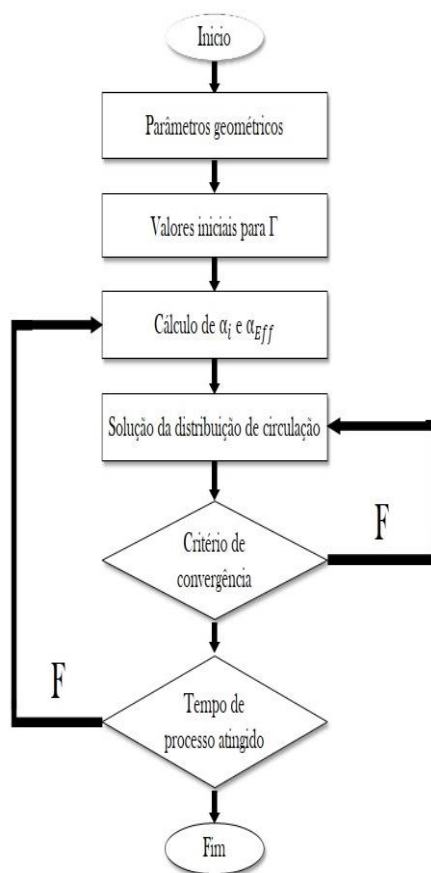


Figura 5. Fluxograma do programa computacional

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir do tratamento numérico aplicado às equações governantes do modelo matemático apresentado anteriormente, foi possível obter resultados para o problema já mencionado. Esta parte do trabalho busca validar o modelo numérico proposto, através da comparação com o trabalho experimental exposto por (Schlichting, 1979), e, posteriormente apresentar os resultados obtidos com o presente modelo numérico.

A Fig. (6) apresenta a curva do coeficiente de sustentação da asa em função do alongamento, no qual foi adotado uma asa com enflechamento nulo. Como pode ser observado à primeira vista, há uma boa concordância no que diz respeito aos resultados numéricos apresentados com os dados experimentais. Verifica-se também que o coeficiente de sustentação aumenta à medida que o alongamento também aumenta. Em teoria este resultado era esperado, pois segundo (Anderson, 2007), para uma asa com alongamento infinito, o coeficiente de sustentação tende a ser o mesmo do aerofólio. Isto se deve ao fato de que para altos valores de alongamento, os efeitos tridimensionais do escoamento são minimizados, de forma que o *downwash* tenda a zero, e consequentemente os ângulos de ataques efetivo e geométrico sejam coincidentes.

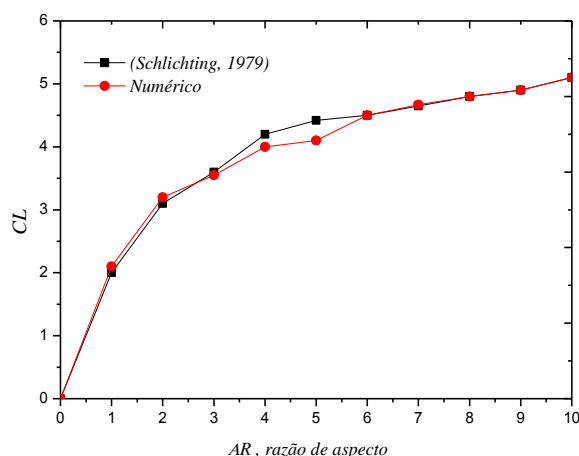


Figura 6. Curva do coeficiente de sustentação em função o alongamento, $\Phi=0^\circ$

Ainda considerando enflechamento nulo, observa-se através da Fig. (7) que a sustentação sofre um leve decréscimo quando se aumenta o afilamento da asa, isto é mais evidente para valores elevados de alongamento. Tal resultado é explicado pela distribuição de circulação entre asas afiladas e elípticas, o que torna as asas com valores elevados de afilamento menos eficientes na produção de sustentação.

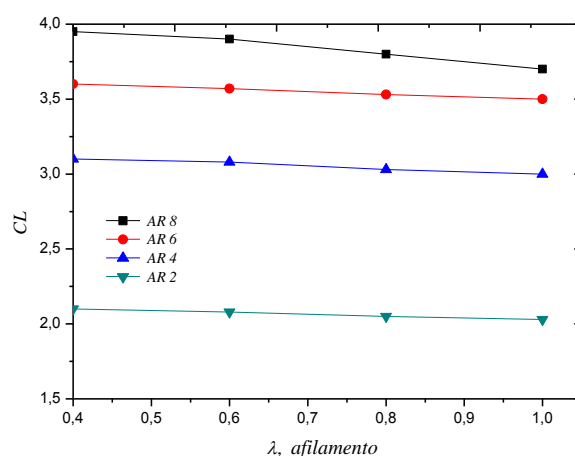


Figura 7. Curva do coeficiente de sustentação em função do afilamento, $\Phi=0^\circ$

Considerando asas enflechadas, onde foi utilizado um valor de $\phi=40^\circ$, observa-se a partir da Fig. (8), que o enflechamento causou uma variação maior do coeficiente de sustentação em relação ao afilamento. Isto ocorre para todos os valores de alongamento.

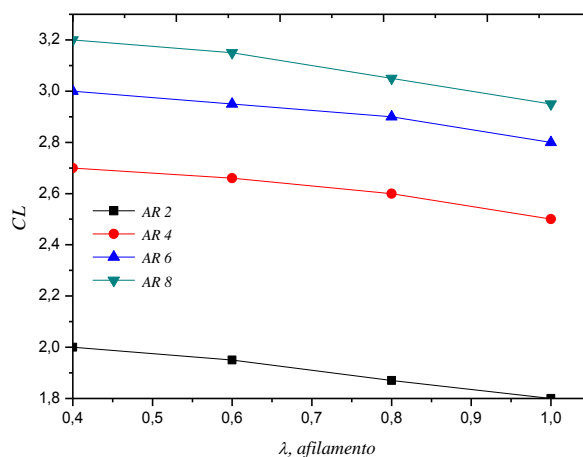


Figura 8. Curva do coeficiente de sustentação em função do afilamento, $\Phi=40^\circ$

Quando analisado como o enflechamento influencia no coeficiente de sustentação, observou-se que a sustentação se mantém quase constante para praticamente todos os valores de alongamento, até aproximadamente 35° . A partir deste valor ocorre um decréscimo no coeficiente de sustentação, como apresentado pela Fig. (9).

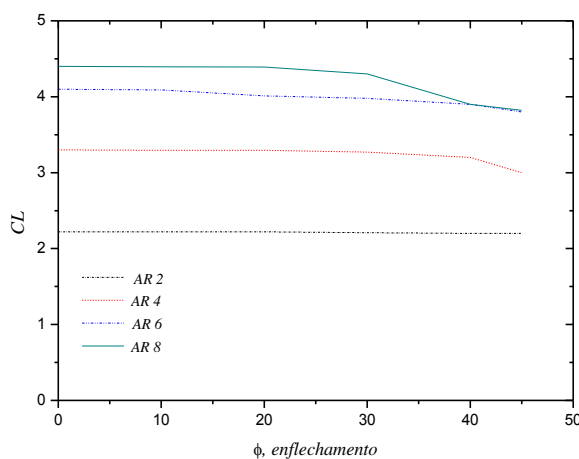


Figura 9. Curva do coeficiente de sustentação em função do enflechamento

CONCLUSÃO

Os resultados deste trabalho foram atingidos com a explicação dos métodos de cálculo relacionados com as áreas de simulação numérica e aerodinâmica. Com relação às simulações, pode-se observar que o coeficiente de sustentação de asas finitas cresce de forma proeminente à medida que se aumenta o alongamento para asas com enflechamento nulo. Todavia, tal coeficiente aerodinâmico decresce suavemente quando se aumenta o afilamento. Foi constatado também que para asas com enflechamento igual a 40° , a sustentação decresce mais acentuadamente que asas com enflechamento nulo.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece aos seus pais por todo suporte durante a graduação, a sua noiva pela compreensão de muitos dias destinados a estudos sobre aerodinâmica, ao prof. Dr. William Roberto Wolf pelo suporte técnico-científico



XXIV CREEM
Congresso Nacional de Estudantes
de Engenharia Mecânica



**Universidade Federal
do Rio Grande**



INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL
Campus Rio Grande

que foram cruciais durante o desenvolvimento deste trabalho e a Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico do Estado do Maranhão, FAPEMA, pela concessão de bolsa de iniciação científica.

REFERÊNCIAS

- Anderson, J.D., 2007. “Fundamentals of Aerodynamics”, Mc-Graw Hill, Nova York, USA, 1131p.
- Anderson, J.D., 2015. “Fundamentos de Engenharia Aeronáutica”, Mc-Graw Hill, S. Paulo, Brasil, 1131p.
- Bertin, J.J., Cummings, R.M., 2009. “Aerodynamics for Engineers”, Prentice Hall, Nova York, USA, 757p.
- Brederode, V., 2014. “Aerodinâmica Incompressível: Fundamentos”, IST Press, Lisboa, Portugal, 735p.
- Fonseca, W.D.P., Filho, L.M.S., Nascimento, S.F., 2017. “Estudo Numérico do Escoamento e das Características Aerodinâmicas em Aerófolios com Flap”, Apresentado no 26th Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia, Belém, Brasil.
- Rodrigues, L.E.M.J., 2014. “Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-Aerodesigne: Aerodinâmica e Desempenho”, Ed. do Autor, S. Paulo, Brasil, 320p.
- Phillips, W.F., Snyder, D.O., 2000. “Modern Adaptation of Prandtl’s Classic Lifting-Line Theory”. *Journal of Aircraft*, Vol. 37, No. 1, pp. 9.
- Schlichting, H., Truckenbrodt, E., 1979. “Aerodynamics of the Airplane”, Mc-Graw Hill, Nova York, USA, 580p.
- Weissinger, J., 1947. “The Lift Distribution of Swept-Back Wings”. *NACA Technical Memorandum*, No. 1120, pp. 51.
- Wickenheiser, A.M., 2007. “Aerodynamics Modeling of Morphing Wings Using an Extended Lifting-Line Analysis”. *Journal of Aircraft*, Vol. 44, No. 1, pp. 7.

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso contido neste artigo.